Približne si ho môžeme predstaviť podľa obr. 8 ako veľmi úzky pravouhlý impulz šírky Δt a výšky $1/\Delta t$ v začiatku súradníc. Prakticky privedieme na vstup napr. veľmi krátky impulz veľkého napätia. V praxi je teda možné ho realizovať impulzmi konečne malej šírky a konečne veľkej amplitúdy. Experimentálne zisťovanie impulznej charakteristiky sa viac používa pri elektrických prvkov než pri mechanických.

Ako ale vypočítame impulznú funkciu keď poznáme diferenciálnu rovnicu systému alebo jeho prenos? Začneme tým dôležitejším a to je, ako získame impulznú funkciu, ak poznáme prenos systému.

Ak dosadíme do definície prenosu (13) za vstupnú veličinu $u(t)$ jednotkový impulz $\delta(t)$, ktorého obraz je podľa (17) rovný jednej, je výstupná veličina $y(t)$ podľa definície impulznej funkcie rovná práve tejto funkcii. Impulzná funkcia je daná spätnou transformáciou prenosu $G(s)$. **Medzi impulznou funkciou a prenosom je teda vzťah ako medzi originálom a obrazom v Laplaceovej transformácii** (preto tiež je označovaná impulzná funkcia písmenom g rovnako ako prenos).

$$\boldsymbol{g(t) = L^{-1}\{G(s)\}} \tag{18}$$

Ako vypočítame impulznú funkciu, keď je daná diferenciálna rovnica systému? Predovšetkým radšej tak, že prevedieme diferenciálnu rovnicu na prenos a známym spôsobom z neho impulznú funkciu určíme. Ak ale chceme priamy prevod diferenciálnej rovnice na prenos, je to tiež možné.

Do diferenciálnej rovnice dosadíme za vstupnú funkciu $u(t)$ jednotkový impulz $\delta(t)$, rovnicu vyriešime a jej riešenie $y(t)$ je impulzná funkcia $g(t)$. Riešenie tejto rovnice nie je ľahké a preto sa ním ďalej nebudeme zaoberať.

Príklad 8:

Určte impulznú funkciu a nakreslite impulznú charakteristiku pre regulačné členy s prenosom

a) $G(s) = \frac{1,5}{s}$ b) $G(s) = \frac{0,5}{s^2}$ c) $G(s) = \frac{1}{s(2s+1)}$ d) $G(s) = \frac{1}{s+2}$

Riešenie:

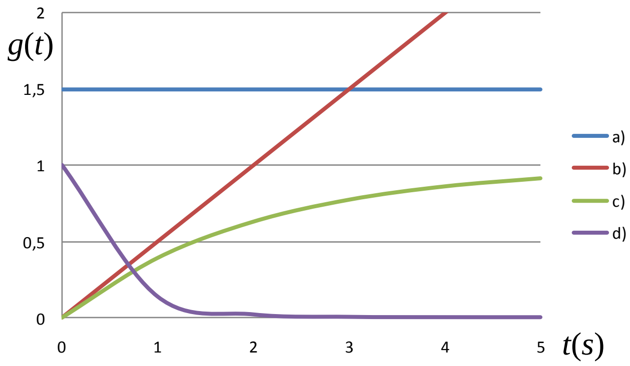
a) $g(t) = L^{-1}\left\{\frac{1,5}{s}\right\} = 1,5$

b) $g(t) = L^{-1}\left\{\frac{0,5}{s^2}\right\} = 0,5t$

c) $g(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{s(2s+1)}\right\} =$

$= L^{-1}\left\{\frac{1}{s} - \frac{1}{s+0,5}\right\} = 1 - e^{-0,5t}$

d) $g(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{s+2}\right\} = e^{-2t}$



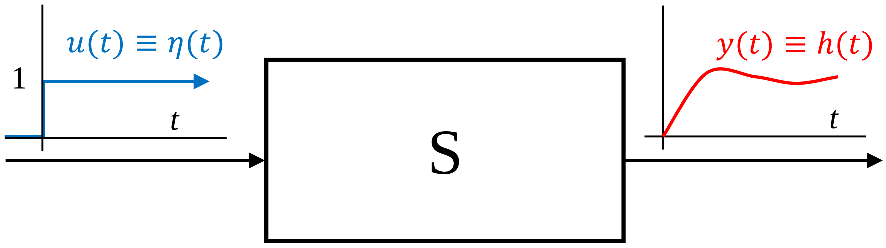
Obr. 9

Impulzné charakteristiky ako grafy impulzných funkcií sú na obr. 9.

1.4.Prechodová funkcia a charakteristika

Prechodová funkcia je odozva systému na jednotkový skok $\eta(t)$[2] na vstupe a označujeme ju $h(t)$ – obr. 10**. Jej graf je prechodová charakteristika.**

[2] η – písmeno gréckej abecedy **éta**



Obr. 10

Jednotkový skok je funkcia, ktorá do času $t = 0$ má nulovú hodnotu a v tomto čase skočí jej hodnota na jednotku, ktorú potom stále udržuje – obr. 10. Označujeme ju symbolom $\eta(t)$ a jej matematické vyjadrenie je

$$\eta(t) = 1 \quad pre\ t \geq 0; \qquad \eta(t) = 0 \quad pre\ t < 0 \tag{19}$$

Najväčší význam prechodových funkcií či charakteristík je v tom, že ich môžeme veľmi ľahko získať **experimentálne**. Napríklad ak rýchlo zaťažíme motor (napr. spaľovací, elektromotor, …) záťažou cez spojku, otáčky motora začnú klesať a ich priebeh je prechodová charakteristika daného motora.

Prechodové charakteristiky sa okrem iného využívajú pre identifikácii systémov, pri ktorých dobre nepoznáme ich dynamické vlastnosti a kde zlyháva iný spôsob ich identifikácie.

Vzťah medzi prechodovou funkciou a ostatnými druhmi popisu (diferenciálnou rovnicou, prenosom, impulznou funkciou):

Ak poznáme diferenciálnu rovnicu systému, získame prechodovú funkciu (myslí sa priamo, bez prevodu na prenos) tak, že za vstupnú funkciu $u(t)$ dosadíme do rovnice jednotkový skok $\eta(t)$ (resp. jednotku). Rovnicu vyriešime (začiatočné podmienky vychádzajú z toho, že začiatok deja je v čase $t = 0$ a riešenie $y(t)$ rovnice je prechodová funkcia $h(t)$.

Ak je známy prenos systému $G(s)$ dosadíme do jeho definície (13) za vstupnú veličinu $u(t)$ jednotkový skok $\eta(t)$, ktorého Laplaceov obraz je $L\{\eta(t)\} = 1/s$ a na výstupe systému potom dostávame prechodovú funkciu $h(t)$. Platí teda:

$$H(s) = \frac{1}{s}G(s)\,; \qquad \boldsymbol{h(t) = L^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}} \tag{20}$$

Obdobným postupom môžeme odvodiť aj vzťahy pre získanie prechodovej funkcie z impulznej funkcie (21) a pre získanie impulznej funkcie z prechodovej funkcie (22).

$$\boldsymbol{h(t) = \int_0^t g(t)dt} \tag{21}$$

$$\boldsymbol{g(t) = \frac{dh(t)}{dt}} \tag{22}$$

Príklad 9:

Regulačný člen je popísaný diferenciálnou rovnicou $3y' + y = 2u$. Určte jeho prechodovú funkciu priamo, riešením diferenciálnej rovnice a cez prenos. Prechodovú funkciu zobrazte graficky - nakreslite prechodovú charakteristiku.

Riešenie: Za vstupnú funkciu $u(t)$ dosadíme jednotkový skok, teda $u = 1$ pre $t \geq 0$. Dostaneme rovnicu

$$3y' + y = 2$$

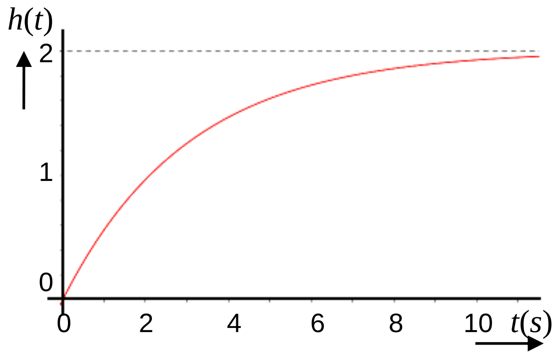
ktorú budeme riešiť. K homogénnej rovnici $3y' + y = 0$ je charakteristická rovnica $3\lambda + 1 = 0$ s koreňom $\lambda = -0{,}33$ a preto je riešenie tejto homogénnej rovnice $\lambda = Ce^{-0{,}33t}$, kde C je integračná konštanta. Partikulárny integrál má tvar konštanty $y_p = A$ a túto určíme dosadením do nehomogénnej rovnice a vyjde nám $y_p = 2$. Takže riešenie nehomogénnej rovnice je $y = Ce^{-0,33t} + 2$. Teraz už iba určíme integračnú konštantu zo začiatočnej podmienky $y(0) = 0$. Dej začína v čase $t = 0$ a s nulovou začiatočnou hodnotou: $0 = Ce^{-0,33*0} + 2$. Z rovnice teda $C = -2$ a riešenie diferenciálne rovnice a teda prechodová funkcia je

$$y(t) \equiv h(t) = 2(1 - e^{-0,33t})$$

Druhý spôsob určenie prechodovej funkcie je prenos. Prenos z danej diferenciálnej rovnice je

$$G(s) = \frac{2}{3s + 1}$$

Z prenosu určíme prechodovú funkciu podľa vzťahu (20) s rozložením funkcie na parciálne zlomky, aby sme mohli pomocou operátorového slovníka určiť originál



Obr. 11

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{2}{s(3s + 1)}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{2}{s} - \frac{6}{3s + 1}\right\} = 2(1 - e^{-0,33t})$$

Prechodová charakteristika je na obr. 11.

Príklad 10:

Určte prechodovú funkciu regulačného člena s prenosom

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)}$$

Riešenie: Podľa vzťahu (20) je prechodová funkcia

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{s(s+1)(s+2)(s+3)}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{6s} - \frac{1}{2(s+1)} + \frac{1}{2(s+2)} - \frac{1}{6(s+3)}\right\} =$$
$$= \frac{1}{6} - \frac{1}{2}e^{-t} + \frac{1}{2}e^{-2t} - \frac{1}{6}e^{-3t}$$

Príklad 11:

Určte prechodovú funkciu a nakreslite prechodovú charakteristiku pre regulačné členy z príkladu 8, ich prenosy sú

a) $G(s) = \frac{1,5}{s}$ b) $G(s) = \frac{0,5}{s^2}$ c) $G(s) = \frac{1}{s(2s+1)}$ d) $G(s) = \frac{1}{s+2}$

Z vypočítanej prechodovej funkcie určte impulznú funkciu a porovnajte ju s výsledkami v príklade 8.

Riešenie:

a) $h(t) = L^{-1}\left\{\frac{1,5}{s^2}\right\} = 1,5t$

b) $h(t) = L^{-1}\left\{\frac{0,5}{s^3}\right\} = 0,25L^{-1}\left\{\frac{2}{s^3}\right\} = 0,25t^2$

c) $h(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2(2s+1)}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2} - \frac{2}{s} + \frac{4}{2s+1}\right\} = t - 2 + 2e^{-0,5t}$

d) $h(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{s(s+2)}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{2s} - \frac{1}{2(s+2)}\right\} = 0,5(1 - e^{-2t})$