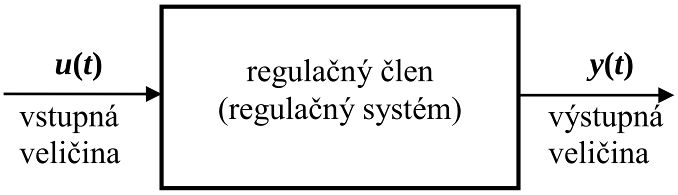
1. Statické a dynamické vlastnosti regulačných členov

Pre jednoduchosť sa budeme zaoberať regulačnými členmi s jednou vstupnou a jednou výstupnou veličinou – obr.1. Vstupnú veličinu budeme označovať $u(t)$ a výstupnú veličinu $y(t)$.



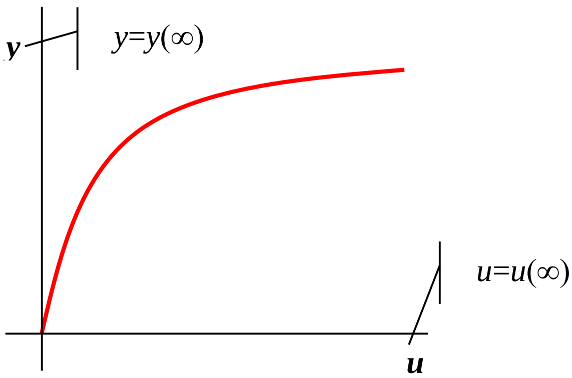
Obr. 1

Vlastnosti regulačných členov môžeme posudzovať buď v **ustálenom stave** a potom hovoríme o **statických vlastnostiach**, alebo pri zmenách vstupných aj výstupných veličín a potom hovoríme o **dynamických vlastnostiach** regulačných členov alebo systémov.

Statické vlastnosti regulačných členov sa najčastejšie vyjadrujú **statickou charakteristikou**, čo je závislosť medzi výstupnou veličinou v ustálenom stave a vstupnou veličinou v ustálenom stave

$$u = \lim_{t\to\infty} u(t) \qquad\qquad y = \lim_{t\to\infty} y(t)$$

Znamená to, že pri snímaní statickej charakteristiky musíme vždy počkať na ustálenie ako vstupnej, tak aj výstupnej veličiny a tieto ustálené hodnoty vynášať do grafu – obr.2.



Obr. 2

Ustálenie znamená, že musí prebehnúť **prechodový dej** a až potom odčítame príslušnú hodnotu vstupnej a výstupnej veličiny, teda do charakteristiky berieme hodnotu $u=u(\infty)$, $y=y(\infty)$.

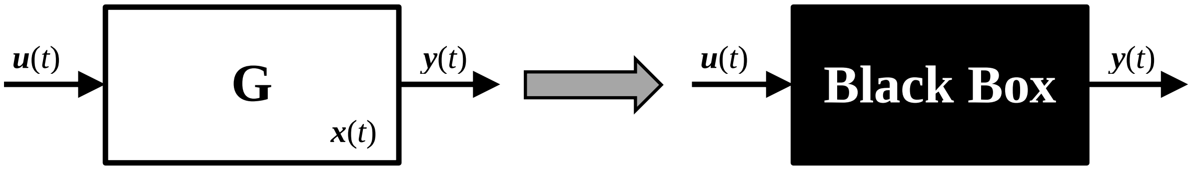
Pre **lineárny člen** je charakteristika priamková, lineárna. Keď statická charakteristika nie je priamka ide o **nelineárny člen**. V ďalšom sa budeme zatiaľ zaoberať len lineárnymi členmi. Všeobecne platí, že lineárny systém má všetky členy lineárne, jeden nelineárny člen by spôsobil, že celý systém je a chová sa ako nelineárny.

Vzhľadom k tomu, že v regulácii nám nejde o ustálený stav, ale o priebeh prechodového deja, budeme sa ďalej zaoberať **dynamickými vlastnosťami** regulačných členov a systémov.

Dynamické vlastnosti systému môžeme popísať v podstate dvomi rôznymi, navzájom úplne odlišnými spôsobmi.

Dynamické vlastnosti systému charakterizuje **vonkajší popis systému** / **vnútorný popis systému**

Vonkajší popis systému je vyjadrením dynamických vlastností systému reláciou (vzťahom) medzi jeho **vstupnou a výstupnou veličinou**. Pri vonkajšom popise je systém (obr.3) považovaný za čiernu skrinku („black box“), kedy poznáme priebeh jeho vstupných veličín (vektora $\boldsymbol{u}(t)$ o rozmere r) a výstupných veličín (vektor $\boldsymbol{y}(t)$ o rozmere m), ale nepoznáme jeho vnútorné stavy (vektor $\boldsymbol{x}(t)$ o rozmere n). Nevieme teda, “čo sa deje vnútri“.



Obr.3 Vonkajší popis dynamického systému

Vnútorný popis systému pracuje s pojmom **stav systému**. Je to vyjadrenie dynamických vlastností systému vzťahmi medzi **vstupom, výstupom** a **stavom systému**. Pretože pri tomto popise musíme poznať aj vnútornú štruktúru systému a všetky pochody, ktoré v ňom prebiehajú, ide o popis presnejší ale súčasne náročnejší. ***V ďalšom sa teda obmedzíme iba na vonkajší popis dynamických vlastností systému.***

Ako už bolo povedané, obmedzíme sa iba na spojité lineárne ***SISO*** systémy (***S***ingle ***I***nput ***S***ingle ***O***utput = s jedným vstupom a jedným výstupom), potom môže byť relácia medzi vstupom a výstupom systému vyjadrená:

- diferenciálnou rovnicou (DR)
- prenosom v Laplaceovej transformácii (LT)
- impulznou charakteristikou
- prechodovou charakteristikou
- frekvenčným prenosom
- frekvenčnou charakteristikou
- pólami a nulami systému
- odozvou systému na ľubovoľný známy vstupný signál.

Ďalej budeme venovať pozornosť jednotlivým možnostiam vonkajšieho popisu.

1.1. Diferenciálna rovnica systému

Lineárny spojitý systém alebo regulačný člen so vstupom $u(t)$ a výstupom $y(t)$ podľa obr. 1 je všeobecne popísaný diferenciálnou rovnicou

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \ \dots + a_1 y' + a_0 y = b_m u^{(m)} + \dots + b_1 u' + b_0 u \qquad (1)$$

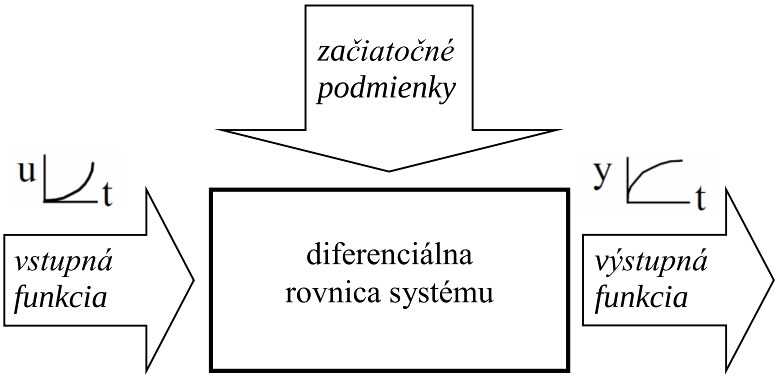
kde a_i, b_i sú konštantné koeficienty.

Ako spoznáme ďalej, nemožno prakticky realizovať systém, ktorého výstupný signál by bol prvou deriváciou (alebo dokonca vyššou deriváciou) vstupného signálu (napr. keby mal rovnicu $y=k\,u'$: aby sme mohli vstupný signál derivovať, museli by sme vopred poznať jeho priebeh a ten nepoznáme). Preto v rovnici (1) musí byť vždy splnená podmienka fyzikálnej realizovateľnosti

$$\boldsymbol{m \leq n} \qquad (2)$$

Stupeň najvyššej derivácie výstupnej veličiny je vždy vyšší alebo rovný stupňu najvyššej derivácie vstupnej veličiny. Rád diferenciálnej rovnice *n* (najvyššia derivácia výstupnej veličiny $y(t)$) **udáva rád systému.**

Táto rovnica nám umožňuje určiť priebeh odozvy systému či regulačného člena. Ak poznáme priebeh vstupného signálu $u(t)$, môžeme jeho dosadením do tejto rovnice a jej vyriešením spočítať priebeh výstupu $y(t)$ – obr. 4. Okrem priebehu vstupného signálu musíme poznať tiež začiatočné podmienky $y(0)$, $y'(0)$, … $y^{(n-1)}(0)$ – všeobecne, celkovo n-začiatočných podmienok.



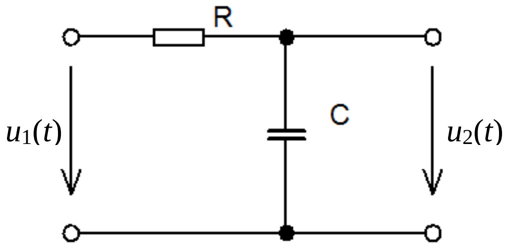
Obr. 4

V texte niekedy hovoríme o všeobecnom systéme, niekedy o regulačnom člene. To preto, že to môže byť ako čiastkový regulačný člen, tak regulovaná sústava alebo regulátor, ktoré sú väčšinou zložené z niekoľkých čiastkových regulačných členov.

Diferenciálnu rovnicu systému (regulačného člena) získavame obvykle tak, že uvedieme fyzikálne vzťahy a zákony v systéme a vyeliminujeme všetky veličiny s výnimkou vstupnej a výstupnej. V mechanických sústavách často vystačíme s dynamickou rovnováhou síl.

Príklad 1:

Zostavte diferenciálnu rovnicu integračného RC článku podľa obr. 5. Pri tomto si vystačíme so znalosťou základných zákonov elektrotechniky akými sú Kirchhoffove zákony, Ohmov zákon, ...



Obr.5 Integračný RC článok

Riešenie:

$u_1 = u_R + u_C \qquad u_C = u_2$

$u_1 = u_R + u_2 \qquad u_R = iR$

$$u_1 = iR + u_2 \tag{3}$$

Pre U na kondenzátore všeobecne platí

$U_C = \frac{Q}{C} \qquad Q = \int i\, dt$

Dosadením rovnice pre Q, do rovnice pre U_C, jej derivovaním a úpravou dostávame vzťah pre i. Pripomeňme, že platí, že $U_C = u_2$

$u_2 = \frac{1}{C}\int i\, dt \qquad i = C\frac{du_2}{dt}$

Dosadením i do rovnice (3) dostaneme DR systému (4)

$$u_1 = C\frac{du_2}{dt}R + u_2 \qquad u_1 = RCu_2' + u_2 \qquad \boldsymbol{RCu_2' + u_2 = u_1} \tag{4}$$