4. Kvalita a stabilita regulačného obvodu

Kľúčový vplyv na chovanie regulačného obvodu — regulačný pochod, má regulátor. Základnými sú otázky:

Či reguluje?

- otázka **stability** regulačného pochodu
- hraničné **nastavenie konštánt** regulátora

Ako reguluje?

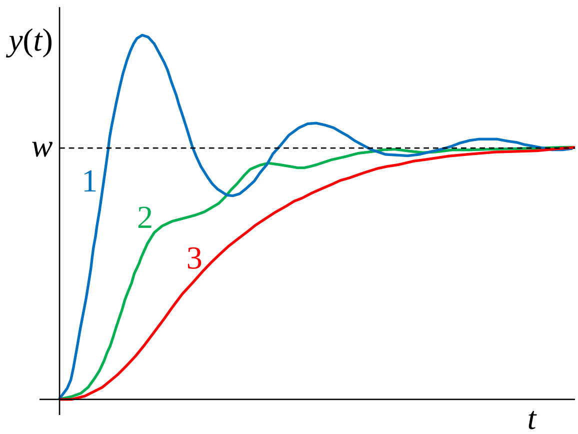
- otázka **kvality** regulačného pochodu
- **optimálne nastavenie konštánt** regulátora

4.1. Kvalita regulačného pochodu

Pri zmene vstupnej veličiny (poruchy v alebo riadiacej veličiny w) nastáva v regulačnom obvode prechodový jav, ktorý sa pri **stabilnom** obvode za teoreticky nekonečný čas, prakticky však za väčší alebo menší konečný čas, ustáli. Časový priebeh regulovanej veličiny medzi dvoma ustálenými stavmi sa obvykle nazýva **regulačný pochod**.

Sú tri typy stabilných regulačných pochodov – Obr. 53:

1. kmitavý (periodický) pochod s preregulovaním $y(t) > [y(\infty) + \delta]$
2. kmitavý pochod bez preregulovania
3. monotónny (aperiodický) pochod $y(t) \leq y(\infty)$



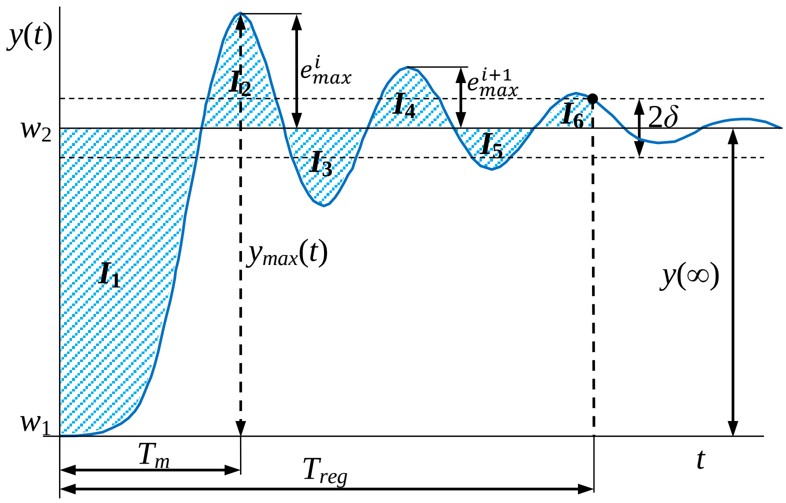
Obr. 53

V prípade **nestabilného** regulačného pochodu (čo je pre prax nežiaduce a budeme sa ním zaoberať neskôr) sa regulovaná veličina v konečnom čase neustáli, naopak od žiadanej hodnoty sa vzďaľuje, alebo kmitá s konštantnou amplitúdou. Ako už vieme, počas regulačného pochodu sa hodnota regulovanej veličiny y líši od žiadanej hodnoty w. Tento rozdiel sa nazýva regulačná odchýlka $e(t)$. Priebeh hodnôt prechodnej regulačnej odchýlky počas regulačného pochodu závisí od druhu vstupného signálu. Názorné ohodnotenie kvality poskytuje prechodová charakteristika pri zmene riadiacej veličiny z hodnoty w_1 na hodnotu w_2 – Obr. 54.

Na prechodovej charakteristike si všímame najmä:

a) **preregulovanie e^i_{max}**, je maximálna hodnota prekročenia žiadanej hodnoty. Vyjadruje sa obvykle v %.

$$e^i_{max}\% = \frac{y_{max}(t) - y(\infty)}{y(\infty)} 100\%$$



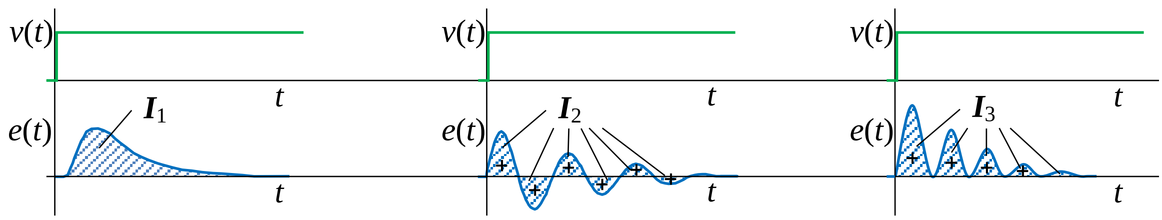
Obr. 54

b) **Doba regulácie T_{reg}**, je čas potrebný na to, aby regulačná odchýlka klesla pod určitú hodnotu určujúcu presnosť regulácie. Pre $t > T_{reg}$ musí platiť $|y(t) - y(\infty)| \leq \delta$; ($\delta$ je zadaná presnosť).

c) **Regulačná plocha**. Regulačný pochod je tým kvalitnejší, čím je pri prijateľnom preregulovaní čas trvania regulačného pochodu kratší. Pretože snahy o skrátenie času trvania regulačného pochodu vedú k zväčšovaniu preregulovania a naopak, posudzuje sa celková kvalita regulačného pochodu práve podľa regulačnej plochy. Ide o integrálne kritérium, ktoré vyjadruje celkovú plochu regulačného pochodu (vyšrafovaná plocha $I = I_1 + I_2 + \cdots + I_n$). Používajú sa rôzne integračné kritéria s ohľadom na typ regulačného pochodu - Obr. 55.

- *Kritérium lineárnej regulačnej plochy* - a), vhodné pre aperiodické regul. pochody,
- *kritérium absolútnej regulačnej plochy* - b), alebo
- *kritérium kvadratickej regulačnej plochy* - c), vhodné pre periodické i aperiodické regulačné pochody.

a) $I_1 = \int_0^{\infty} e(t)dt$ b) $I_2 = \int_0^{\infty} |e(t)|dt$ c) $I_3 = \int_0^{\infty} e^2(t)dt$



Obr. 55

Okrem týchto kritérií sa pre posúdenie kvality regulačného procesu používajú ešte kritériá:

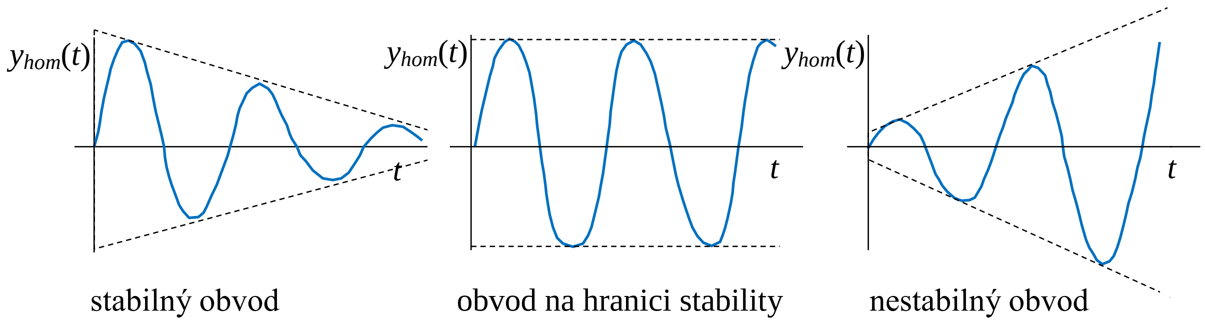
- **čas T_m**, pri ktorom dochádza k maximálnemu preregulovaniu; $y(T_m) = y_{max}(t)$,
- **počet preregulovaní** v intervale $< 0, T_{reg} >$, čo je počet maxím $y(t)$, ktorých hodnota je vyššia ako $[y(\infty) + \delta]$,
- **pomerový koeficient tlmenia** $\xi = \frac{e_{max}^{i} - e_{max}^{i+1}}{e_{max}^{i}} 100\ \%$

4.2.Stabilita regulačného obvodu

Stabilita je základnou a nevyhnutnou podmienkou správnej funkcie regulačného obvodu. Definícia:

Regulačný obvod je stabilný, ak po svojom vychýlení z rovnovážneho stavu a odstránení vzruchu, ktorý vychýlenie spôsobil, je schopný sa ustáliť v rovnovážnom stave. Nový rovnovážny stav nemusí byť s pôvodným rovnovážnym stavom totožný.

Stabilita je teda schopnosť regulačného obvodu, aby sa jeho regulovaná veličina y (respektíve jej prechodná zložka $y_{hom}(t)$ – to je zložka, ktorá charakterizuje vlastné kmity regulačného obvodu – nie teda tie, ktoré sú mu zvonku vnútené) ustálila na pôvodnej hodnote po vychýlení poruchovou veličinou alebo na novej hodnote pri vychýlení riadiacou veličinou.



stabilný obvod   obvod na hranici stability   nestabilný obvod

Obr. 56

Priebeh prechodnej zložky regulovanej veličiny $y_{hom}(t)$ v stabilnom, nestabilnom a obvode na hranici stability je na Obr. 56. Medzný stav, pri ktorom $y_{hom}(t)$ kmitá kmitmi s konštantnou amplitúdou, sa nazýva **hranica stability.**

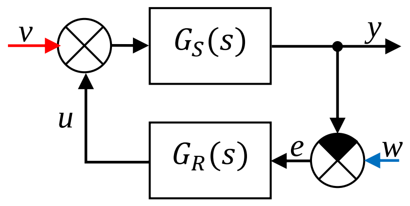
Regulačný obvod musí byť vždy a za každú cenu stabilný. Zatiaľ čo parametre regulovanej sústavy sú dané jej konštrukciou a nemôžeme ich teda meniť, môžeme meniť parametre regulátora, prípadne voliť iný vhodnejší typ regulátora tak, aby sa dosiahol stabilný regulačný obvod.

Teraz sa objavuje problém, ako poznáme, či je nami navrhovaný regulačný obvod stabilný alebo nestabilný. Povedzme si najprv, aká je **všeobecná podmienka stability.**

Majme jednoduchý regulačný obvod podľa Obr. 57. Jeho prenos riadenia a prenos poruchy je daný rovnicami (50) a (51), ktoré si navyše zadefinujeme ako podiel všeobecných polynómov

$$G_w(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)} = \frac{b_m s^m + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \cdots + a_1 s + a_0} \qquad (50)$$

$$G_v(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{G_S(s)}{1+G_0(s)} = \frac{c_m s^m + \cdots + c_1 s + c_0}{a_n s^n + \cdots + a_1 s + a_0} \qquad (51)$$



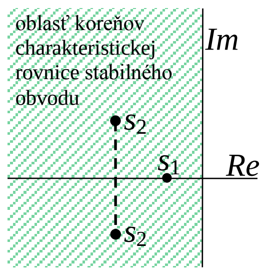
Obr. 57

Ak položíme menovateľ prenosu riadenia alebo prenosu poruchy (sú vždy rovnaké) rovný nule, dostávame **charakteristickú rovnicu** regulačného obvodu

$$\boxed{\begin{aligned} \mathbf{1 + G_0(s) = 0} \\ \boldsymbol{a_n s^n + \cdots + a_1 s + a_0 = 0} \end{aligned}} \qquad (52)$$

Regulačný obvod je stabilný, ak všetky korene s_1, s_2, ….. s_n charakteristickej rovnice (52) sú záporné čísla a v prípade komplexných koreňov majú tieto korene zápornú reálnu časť.

Zovšeobecnene: **Regulačný obvod je stabilný, ak majú všetky korene charakteristickej rovnice záporné reálne časti alebo ležia v ľavej časti komplexnej roviny (Obr. 58).**



Obr. 58

V prípade, že niektorý z koreňov leží na imaginárnej osi a žiadny neleží v pravej komplexnej polrovine, je obvod na hranici stability.

Rovnica (52) nie je v podstate charakteristická rovnica, ale tá sa z nej úpravou ľahko získa. Praktický postup pri zostavení charakteristickej rovnice je nasledujúci: Prenos rozpojeného obvodu, ktorý ako vieme je súčinom prenosu sústavy a prenosu regulátora a my si ho vyjadríme v tvare podielu polynómov

$$G_0(s) = G_R(s)G_S(s) = \frac{M(s)}{N(s)} \qquad (53)$$

potom môžeme písať

$$1 + G_0(s) = 1 + \frac{M(s)}{N(s)} = \frac{M(s) + N(s)}{N(s)} = 0$$

a pretože zlomok je rovný nule keď jeho čitateľ je rovný nule, môžeme charakteristickú rovnicu zapísať ako súčet polynómov čitateľa a menovateľa rozpojeného obvodu $G_0(s)$

$$\mathbf{M(s) + N(s) = 0} \qquad (54)$$

Príklad 28:

Zostavte charakteristickú rovnicu regulačného obvodu a na základe nej určte stabilitu tohto obvodu. Je daný prenos regulovanej sústavy a prenos PID regulátora.

$$G_S(s) = \frac{2}{3s+1}; \qquad G_R(s) = 3\left(1 + \frac{1}{4s} + 8s\right)$$

Riešenie: Prenos rozpojeného obvodu je

$$G_0(s) = G_S(s)G_R(s) = \frac{2}{3s+1}3\left(1 + \frac{1}{4s} + 8s\right) = \frac{96s^2 + 12s + 3}{6s^2 + 2s}$$

Charakteristickú rovnicu získame najjednoduchšie použitím vzťahu (54) $M(s) + N(s) = 0$

$$102s^2 + 14s + 3 = 0$$

Alebo sme mohli použiť vzťah (52) $1 + G_0(s) = 0$ a výsledok by bol ten istý.

Aby sme zistili, či je obvod stabilný alebo nestabilný, musíme poznať (vypočítať) korene charakteristickej rovnice.

$$s_{1,2} = \frac{-14 \pm \sqrt{14^2 - 4 * 102 * 3}}{2 * 102} = -0{,}07 \pm j0{,}16$$

Korene majú zápornú reálnu časť a regulačný obvod je preto stabilný.

To by bola všeobecná podmienka stability. Teraz si ešte povedzme niekoľko poznámok pre praktické zisťovanie stability.

Poznámka 1: Rozložme charakteristickú rovnicu (52)

$$a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0 = 0$$

na súčin koreňových činiteľov

$$a_n(s - s_1)(s - s_2) \dots \dots (s - s_n) = 0$$

Ak sú všetky korene záporné (alebo sú komplexné so zápornou reálnou časťou), má tento súčin tvar napr. pre $s_1 = -3;\ s_2 = -5;\ s_3 = -7$

$$[s - (-3)][s - (-5)][s - (-7)] = (s + 3)(s + 5)(s + 7) = 0$$

Ako vidno, sú v tomto súčine iba kladné znamienka a opätovným roznásobením tohto súčinu koreňových činiteľov zistíme, že koeficienty pôvodnej charakteristickej rovnice $a_0, a_1, \dots\ a_n$ sú kladné – pri záporných koreňoch sa tam nikdy nemôže objaviť záporné znamienko. Platí teda pravidlo:

Aby bol regulačný obvod stabilný, musia byť všetky koeficienty charakteristickej rovnice kladné. Táto podmienka je nutná (ale nie postačujúca)**.**

Poznámka 2: Ak máme charakteristickú rovnicu (52) druhého stupňa, teda kvadratickú, je predchádzajúca podmienka nutná a postačujúca.

Je to preto, že ak sú v rovnici

$$a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

koeficienty $a_0, a_1, a_2 > 0$, dá sa ľahko dokázať, že korene $s_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2a_2}$ sú buď reálne záporné alebo komplexné so zápornou reálnou časťou a teda v obidvoch prípadoch je regulačný obvod stabilný.

Poznámka 3: Ak je charakteristická rovnica (52) vyššieho než druhého stupňa a ak sú všetky jej koeficienty kladné (nutná podmienka), nemožno o stabilite priamo rozhodnúť. Je potrebné vypočítať jej korene a zistiť, či sú všetky záporné alebo majú zápornú reálnu časť (všeobecná podmienka stability). To je pomerne zložitá úloha, riešiteľná iba numerickými metódami pre riešenie rovníc vyšších stupňov. Aby sme sa vyhli vyčísľovaniu koreňov, používame tzv. **kritéria stability,** umožňujúce rozhodnúť o stabilite bez numerického vyčísľovania koreňov.

Príklad 29:

Určte či sú alebo nie sú stabilné regulačné obvody, ktorých charakteristické rovnice sú

a) $s^4 + 5s^3 - 4s^2 + 2s + 1 = 0$
b) $s^5 + 4s^4 + 0{,}5s^2 + s + 2 = 0$
c) $s^2 + 5s + 3 = 0$
d) $s^5 + 0{,}3s^4 + 2s^3 + 1{,}5s^2 + 3s + 1 = 0$
e) $(s+2)(s+0{,}5)(s+0{,}1) = 0$
f) $s(s+1)(s+2) = 0$

Riešenie:

a) nestabilný – koeficient pri 2. mocnine je záporný,
b) nestabilný – koeficient pri 3. mocnine je nulový,
c) stabilný – pri kvadratickej rovnici je kladnosť koeficientov nutnou a postačujúcou podmienkou,
d) nutná ale nepostačujúca podmienka (kladnosť koeficientov) je splnená, ale o stabilite môžeme rozhodnúť buďto vyriešením koreňov alebo niektorým kritériom stability,
e) stabilný – všetky korene sú reálne záporné,
f) na hranici stability – jeden nulový koreň – ostatné záporné.

Príklad 30:

Určte stabilitu regulačného obvodu tvoreného

a) proporcionálnou sústavou $G_S(s) = \frac{k}{Ts+1}$ a PI regulátorom $G_R = r_0 + \frac{r_{-1}}{s}$
b) integračnou sústavou $G_S(s) = \frac{1}{sT}$ a PI regulátorom $G_R = r_0 + \frac{r_{-1}}{s}$
c) integračnou sústavou $G_S(s) = \frac{k}{s(Ts+1)}$ a I regulátorom $G_R = \frac{r_{-1}}{s}$.

Riešenie: Prenosy rozpojeného obvodu a charakteristické rovnice sú pre jednotlivé obvody nasledujúce

a) $G_0(s) = \frac{kr_0 s + kr_{-1}}{s(Ts+1)}$; $\quad Ts^2 + (1 + kr_0)s + kr_{-1} = 0$; charakteristická rovnica je kvadratická a má všetky koeficienty kladné, čo je postačujúca podmienka stability (tu sú zosilnenie k aj konštanty T, r_0, r_{-1} kladné čísla). Obvod je stabilný pre všetky možné hodnoty všetkých svojich konštánt, a preto hovoríme, že je **štrukturálne stabilný**.
b) $G_0(s) = \frac{r_0 s + r_{-1}}{Ts^2}$; $\quad Ts^2 + r_0 s + r_{-1} = 0$; obvod je stabilný z úplne rovnakého dôvodu ako v prípade a). Rovnako je teda **štrukturálne stabilný.**
c) $G_0(s) = \frac{kr_{-1}}{s^2(Ts+1)}$; $\quad Ts^3 + s^2 + kr_{-1} = 0$; koeficient pri prvej mocnine je nulový a nie je teda splnená nutná podmienka stability. Pretože obvod je nestabilný pre akékoľvek možné hodnoty svojich konštánt, hovoríme, že je **štrukturálne nestabilný**.